FUNCIONES

Derivabilidad

@matesconlucia

Para que sea derivable primero tiene que ser continua.

Funciones polinómicas: Dom = $\mathbb{R}$ → Continuas siempre en $\mathbb{R}$

Funciones racionales: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ → Dom = $\mathbb{R} - \{$puntos donde $Q(x) = 0\}$ → Continuas en $\mathbb{R} - \{$puntos donde $Q(x) = 0\}$

Estudia si es derivable

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 3x-2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

CONTINUIDAD

1. Ver si ambas funciones son continuas en su dominio

$f_1(x) = x^2$ $x<2$, es continua en su dominio por ser polinómica.

$f_2(x) = 3x-2$ $x \geq 2$, es continua en su dominio por ser polinómica.

2. Estudiar la continuidad en el punto que divide las dos funciones.

Continuidad en $x=2$

$\lim_{x \to 2^-} x^2 = 4$

$\lim_{x \to 2^+} 3x-2 = 4$

$f(2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4$

Como $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) = f(2)$

La función es continua en $x=2$

DERIVABILIDAD

1. Hacemos la derivada. No incluimos el igual porque no sabemos si es continua.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x<2 \\ 3 & \text{si } x>2 \end{cases}$$

Ambas son derivables por ser polinómicas

2. Estudiamos la derivabilidad en $x=2$

$\lim_{x \to 2^-} 2x = 4$

$\lim_{x \to 2^+} 3 = 3$

No es derivable porque $\lim_{x \to 2^-} f'(x) \neq \lim_{x \to 2^+} f'(x)$

Solución: La función es derivable en $\mathbb{R} - \{2\}$

Estudia los parámetros para que sea derivable

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & x \leq 1 \\ -x^2 + nx & x > 1 \end{cases}$$

CONTINUIDAD

2. Estudiar la continuidad en el punto que divide las dos funciones.

Continuidad en $x=1$

$\lim_{x \to 1^-} x^2 - 5x + m = -4 + m$

$\lim_{x \to 1^+} -x^2 + nx = -1 + n$

$f(1) = -4 + m$

Para que sea continua

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$

$-4 + m = -1 + n$

$m - n = -1 + 4$

$m - n = 3$

DERIVABILIDAD

1. Hacemos la derivada. Incluimos el igual porque sabemos que es derivable

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 5x & x \leq 1 \\ -2x + n & x > 1 \end{cases}$$

2. Estudiamos la derivabilidad en $x=1$

$\lim_{x \to 1^-} 2x - 5x = -3$

$\lim_{x \to 1^+} -2x + n = -2 + n$

Para que sea derivable $\lim_{x \to 1^-} f'(x) = \lim_{x \to 1^+} f'(x)$

$-3 = -2 + n$

$n = -1$

3. Resolvemos ambas ecuaciones

$\begin{cases} m - n = 3 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m + 1 = 3$, $m = 2$

Solución: Para que $f(x)$ sea derivable $m=2$ y $n=-1$

CC BY NC ND